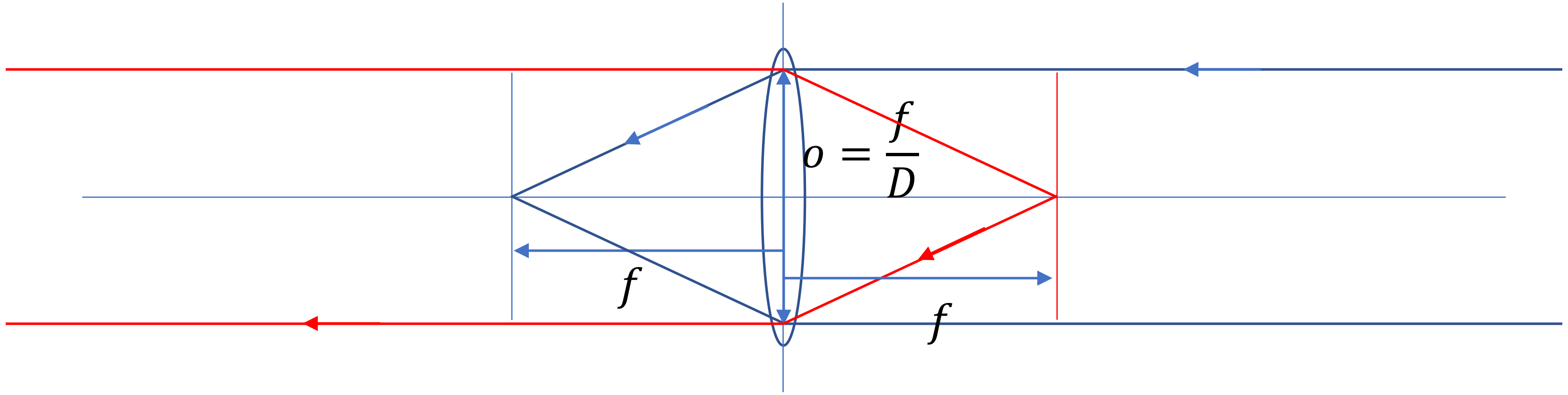
HYPERFOCALE et PROFONDEUR DE CHAMP

P.FABRE - 10/2016

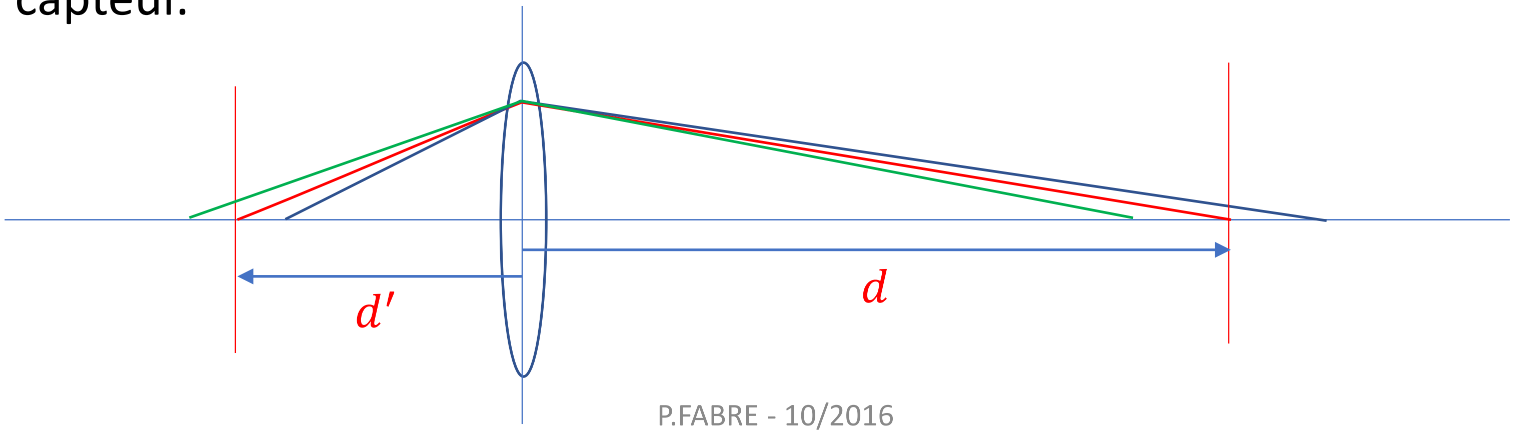
LA BASE DE L'OPTIQUE

- Quelques définitions
  - Distance focale (f): distance entre l'axe de la lentille et le point de convergence (le foyer) des rayons lumineux venant de l'infini. Les rayons venant de la distance focale partent à l'infini.
  - Diaphragme (D): diamètre de la pupille de l'objectif, exprimé en rapport à la distance focale. Exprimée en mm, l'ouverture est :
    $o = \frac{f}{D}\ (avec\ f\ en\ mm\ également)$



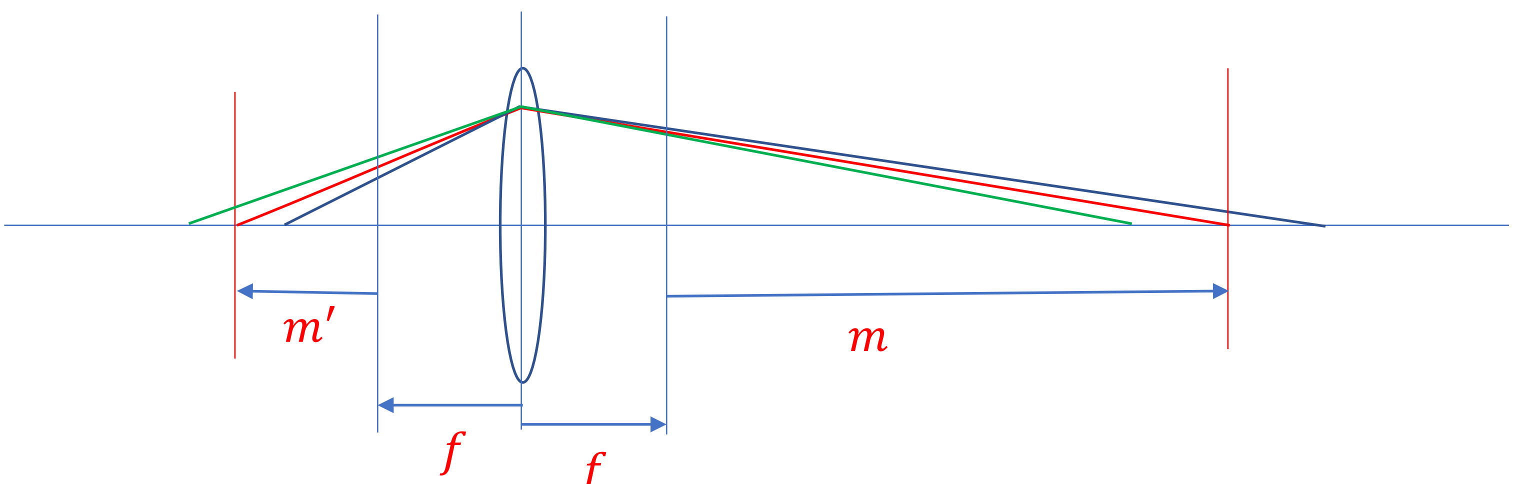
LA BASE DE L'OPTIQUE (2)

- Loi des foyers conjugués (de Descartes): Origines au centre de la lentille:
  - d : distance lentille -> sujet
  - d': distance lentille -> objet (tirage)
  - f : distance focale
  - $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$
- Faire la mise au point, c'est déplacer la lentille pour avoir d'au niveau du capteur.



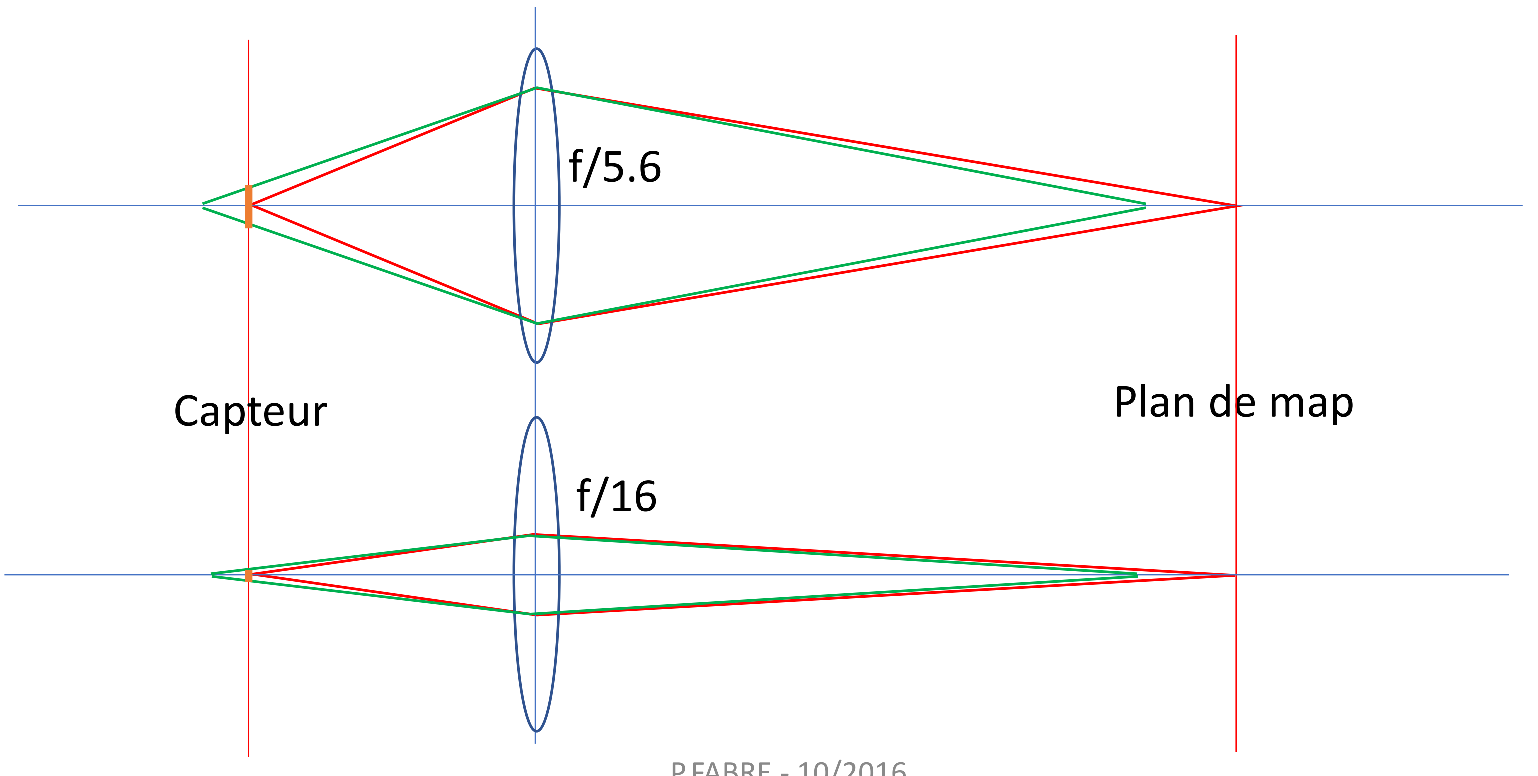
LA BASE DE L'OPTIQUE (3)

- Loi des foyers conjugués (de Descartes). Origines aux points focaux:
    - m : distance point focal -> sujet
    - m': distance point focal -> objet
    - f : distance focale
    - $mm' = f^2$



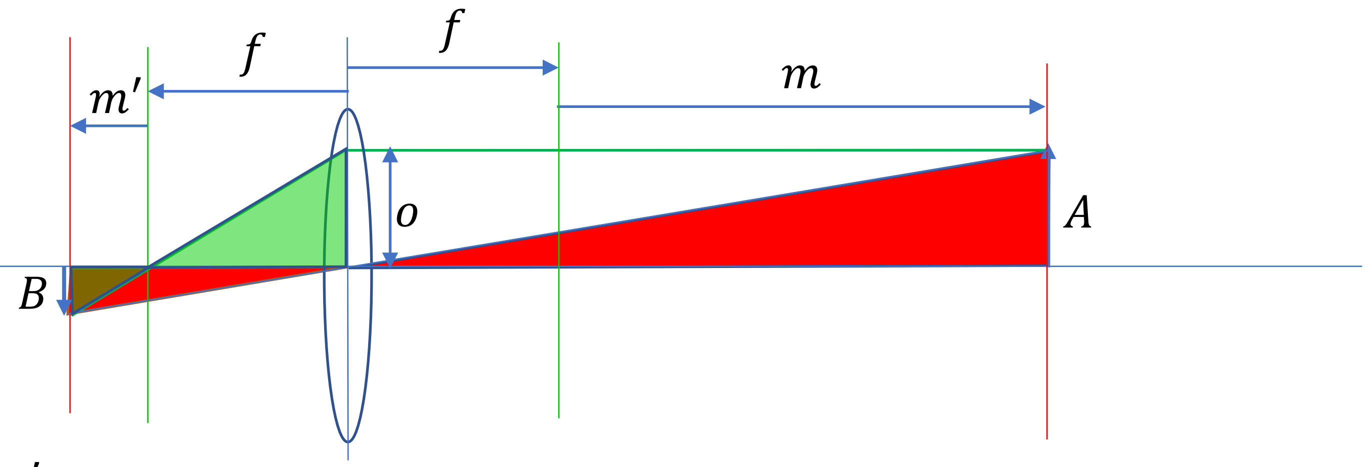
LA BASE DE L'OPTIQUE (4)

- Hors du plan de mise au point, un point devient un cercle sur le capteur, d'autant plus petit que le diaphragme de l'objectif est fermé.



LE RAPPORT DE GRANDISSEMENT

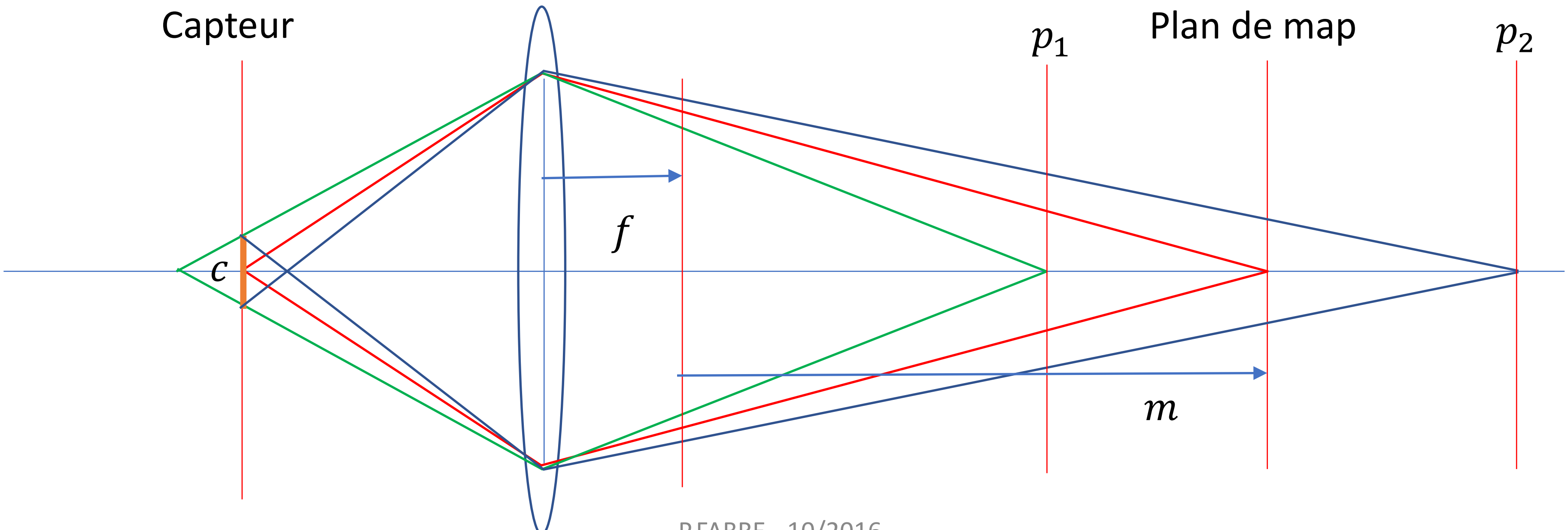
- Le rapport de grandissement G est le rapport entre la taille réelle du sujet et la taille du sujet sur le capteur: $G = \frac{B}{A}$



- $G = \frac{B}{A} = \frac{m'+f}{m+f}\,(triangles\ rouges)$
- $G = \frac{m'}{f}\,(triangles\ verts)$
- $des\ 2\ équations, on\ déduit: G = \frac{f}{m}\ \ et\ \ f + m' = f(1 + G)$

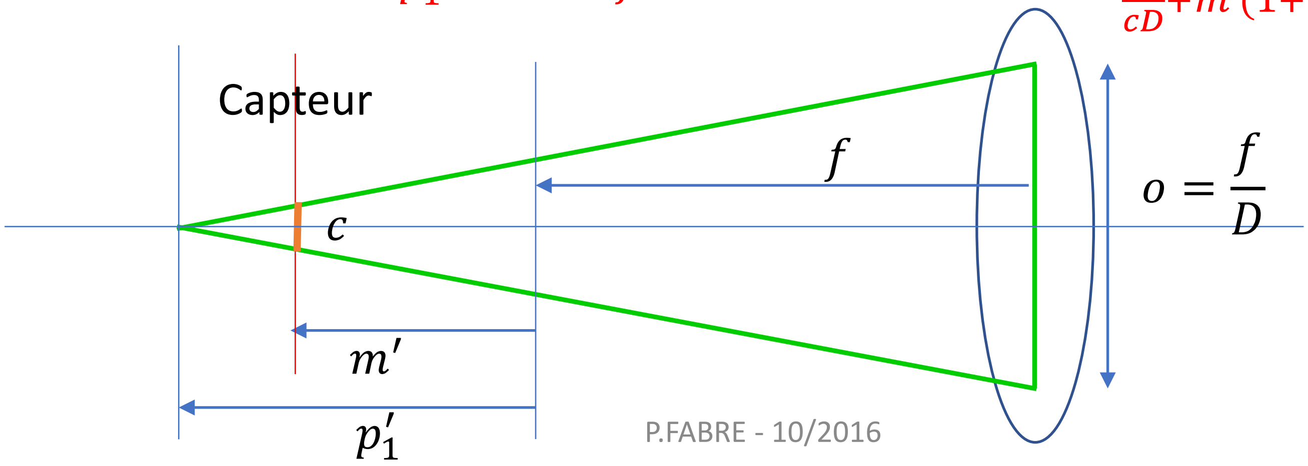
PLANS DE NETTETE

- Quand on fait la mise au point sur une distance m, il existe un premier plan p_1 et un dernier plan p_2 de netteté grâce à l'imperfection de l'œil, qui confond toute tâche de diamètre inférieur à c avec un point. c est appelé cercle de confusion



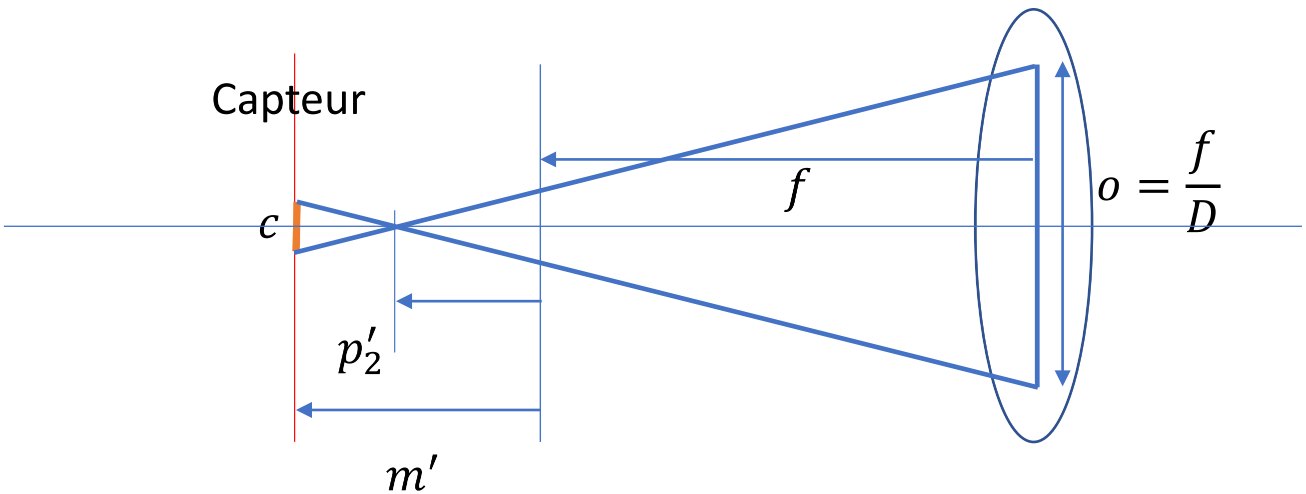
PLANS DE NETTETE (2)

- Mise au point sur une distance m; premier plan net p_1 (origines aux points focaux)
  - $\frac{c}{p_1'-m'} = \frac{o}{f+p_1'} \Rightarrow p_1' = m' + \frac{c}{o}(f + p_1')$
  - $m'm = p_1'p_1 = f^2$ $(loi\ de\ Descartes) \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{m} + \frac{c}{of^2}(f + p_1')$
  - $c \ll 1 \Rightarrow p_1' \sim m' \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{m} + \frac{c}{of^2}(f + m') = \frac{1}{m} + \frac{c}{of}(1 + G)$
  - $o = \frac{f}{D} \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{m} + \frac{cD}{f^2}(1 + G),\ soit\ \ p_1 = \frac{m\frac{f^2}{cD}}{\frac{f^2}{cD}+m\ (1+G)}$



PLANS DE NETTETE (3)

- Mise au point sur une distance m; dernier plan net p_2 (origines aux points focaux):
  - Ce sont les mêmes équations, au signe près:
    - $\frac{1}{p_2} = \frac{1}{m} - \frac{cD}{f^2}(1+G)\,,\ soit\ \ p_2 = \frac{m\frac{f^2}{cD}}{\frac{f^2}{cD} - m\,(1+G)}$

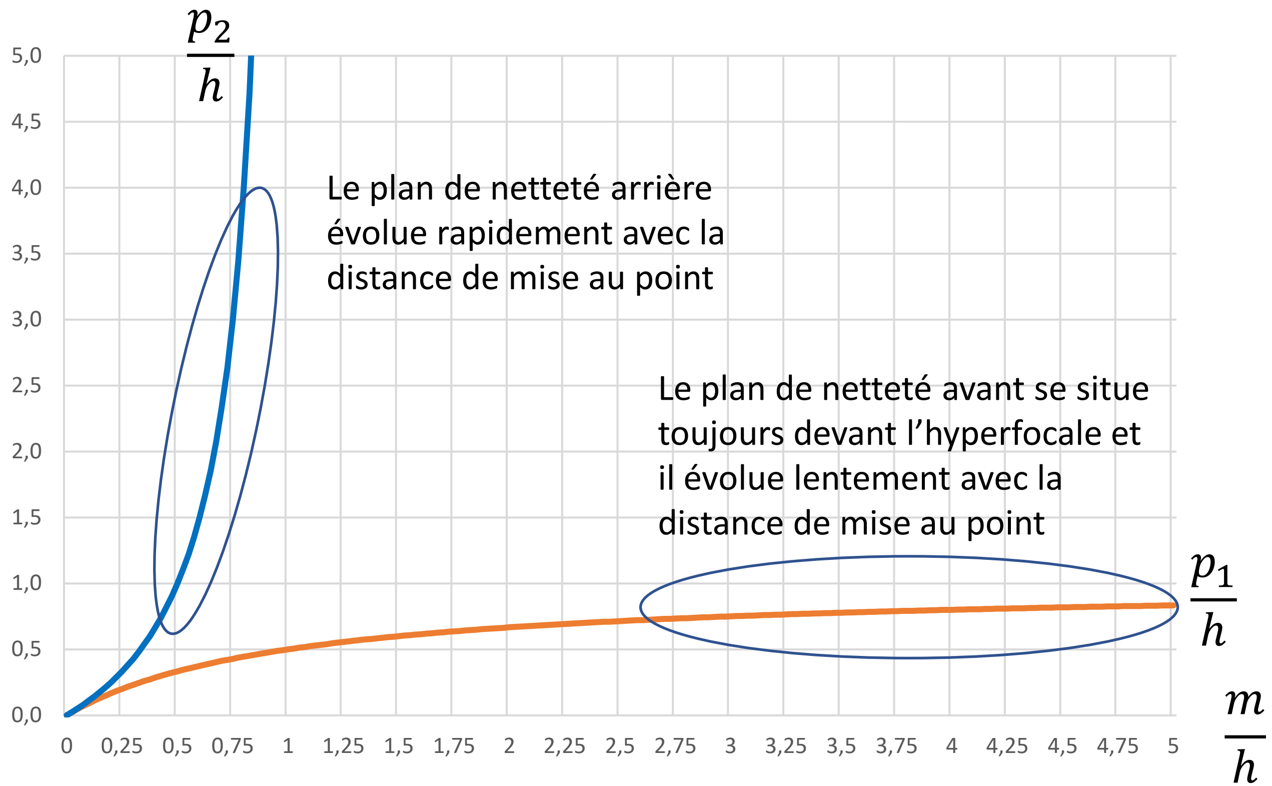


PLANS DE NETTETE (4)

- La grandeur h $(h = \frac{f^2}{cD})$ est appelée distance hyperfocale.
- $p_1 = \frac{mh}{h+m(1+G)} \sim \frac{mh}{h+m}$ $\quad (avec\ G \ll 1, soit\ hors\ macro)$
  - le premier plan de netteté est toujours en avant de l'hyperfocale. Il se situe sur l'hyperfocale lorsque la mise au point est faite sur l'infini et s'en éloigne d'autant plus que la mise au point est proche.
  - lorsque la mise au point est faite sur l'hyperfocale, le premier plan de netteté se situe à la moitié de l'hyperfocale.
- $p_2 = \frac{mh}{h-m(1+G)} \sim \frac{mh}{h-m}$ $\quad (avec\ G \ll 1)$
  - lorsque la mise au point est faite sur l'hyperfocale, le dernier plan de netteté se situe sur l'infini. La distance hyperfocale est la plus courte distance de mise au point qui procure la netteté à l'infini.

PLANS DE NETTETE (5)

- Plan de netteté avant (en rouge) et arrière (en bleu) en fonction de la distance de mise au point (rapportés à l'hyperfocale)



PROFONDEUR DE CHAMP

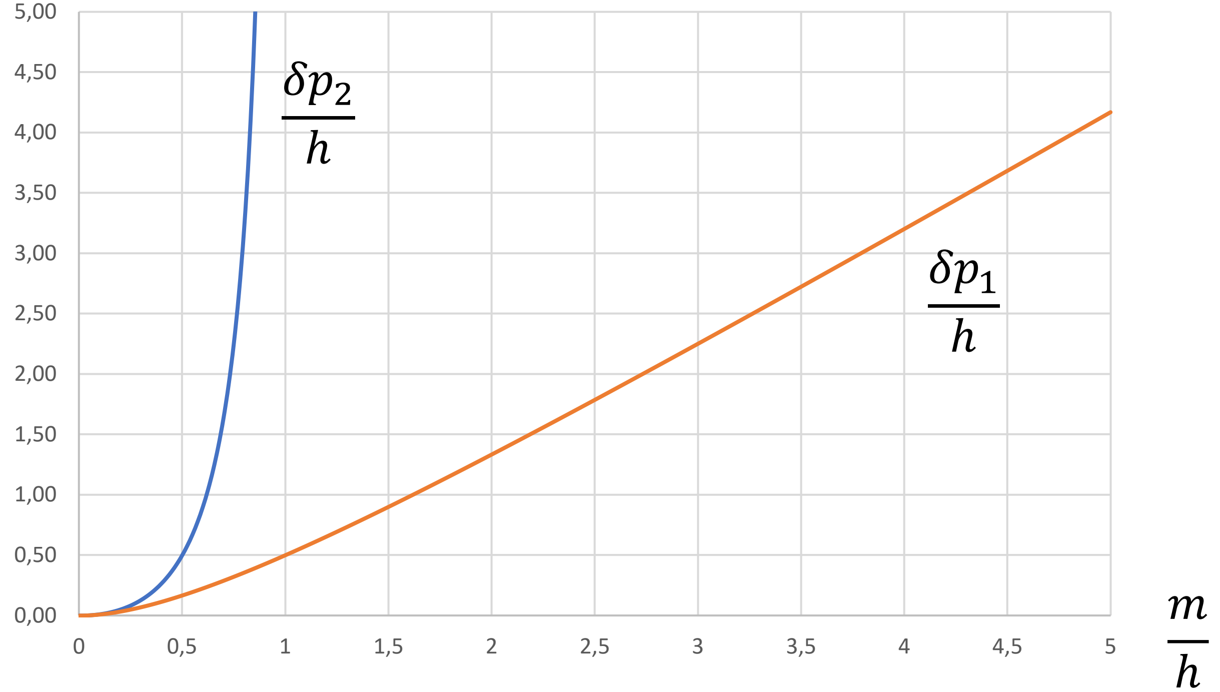
- Par la formule usuelle, on peut calculer la profondeur de champ avant (δp_1) et arrière (δp_2)
  - $\delta p_1 = m - p_1 = m - \frac{mh}{h+m} = \frac{m^2}{h+m}$
    - $\delta p_1 = \frac{mp_1}{h}, soit \, \frac{\delta p_1}{h} = (\frac{m}{h})(\frac{p_1}{h})$

  - $\delta p_2 = p_2 - m = \frac{mh}{h-m} - m = \frac{m^2}{h-m}$
    - $\delta p_2 = \frac{mp_2}{h}, soit \, \frac{\delta p_2}{h} = (\frac{m}{h})(\frac{p_2}{h})$ $(m < h)$

ATTENTION: ces formules, comme les précédentes, supposent $G \ll 1$.

PROFONDEUR DE CHAMP (2)

- Profondeur de champ avant (en rouge) et arrière (en bleu) en fonction de la distance de mise au point (rapportés à l'hyperfocale)



PLANS DE NETTETE en MACRO

- En macro, on recherche un rapport de grandissement (G), pas une profondeur de champ. En plus, sur un objectif macro, G se lit directement sur l'échelle des distances: il est donc important de trouver une formule qui lie la profondeur de champ à G.
- Partant de la formule sans approximation $p_1 = \frac{mh}{h+m\,(1+G)}$
  - On la met sous la forme: $p_1 = \frac{m}{1+\frac{m}{h}(1+G)}$
- En macro, la distance de mise au point est très réduite: par exemple, pour avoir $G = 1$, il faut $m = f$. Par conséquent le terme $\frac{m}{h}\ (1+G)$ est très inférieur à 1.

Par exemple, pour un 100mm ouvert à $^{f}/_{11}$ avec $G = 1$, on calcule:

$$\frac{m}{h}(1+G) = 2\frac{f}{h} = 2\frac{cD}{f} = 2 * \frac{0{,}03 * 11}{100} = 0{,}0066$$

PLANS DE NETTETE en MACRO (2)

- Le fait d'avoir $\frac{m}{h}(1+G) \ll 1$ permet un développement limité de la fraction au premier ordre: $\frac{1}{1+\varepsilon} = 1 - \varepsilon$ quand $\varepsilon \ll 1$
- En appliquant ce développement limité au calcul de p_1 on a:

$$p_1 = \frac{m}{1+\frac{m}{h}(1+G)} = m\left(1 - \frac{m}{h}(1+G)\right) = m - cD\,\frac{(1+G)}{G^2}$$

De même: $p_2 = m + cD\,\frac{(1+G)}{G^2}$

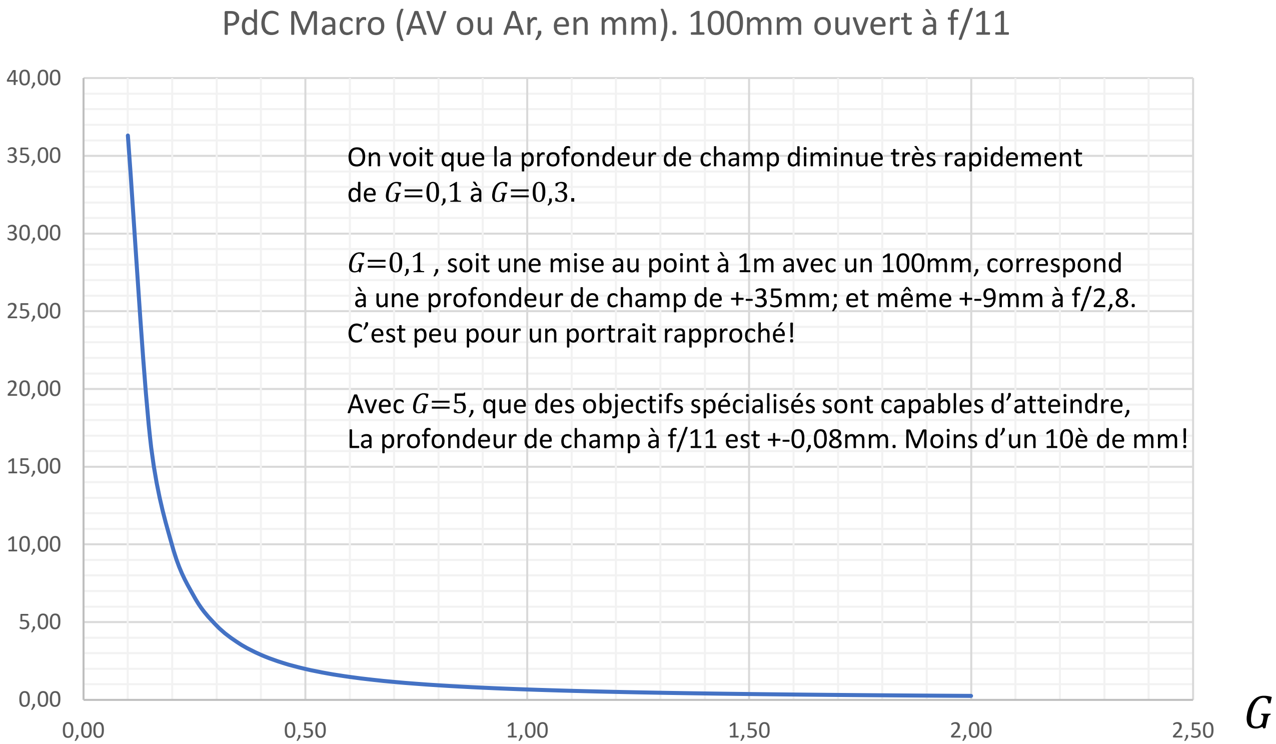
- En macro, les profondeurs de champ avant et arrière sont identiques et très réduites:

Pour le 100mm ouvert à ${}^{f}/_{11}$ avec $G = 1$, on calcule:

$$\delta p_1 = \delta p_2 = cD\,\frac{(1+G)}{G^2} = 2\mathrm{cD} = 2 * 0{,}03 * 11 \sim 0{,}66mm$$

PLANS DE NETTETE en MACRO (3)

- Evolution de la profondeur de champ en fonction de G



VALIDITE des FORMULES PdC

- Domaine de validité de la formule usuelle:
  - L'erreur entre le calcul juste et l'approximation usuelle s 'écrit:

$$\varepsilon = \frac{m^2(1+G)}{h+m(1+G)} - \frac{m^2}{h+m} = \frac{1}{h+m}\frac{m^2(1+G)}{1+\frac{mG}{h+m}} - \frac{m^2}{h+m} = \frac{m^2(1+G)}{h+m}\left(1-\frac{mG}{h+m}\right) - \frac{m^2}{h+m}$$

$$= \frac{m^2 G}{h+m} - \frac{m^2(1+G)f}{(h+m)^2}$$

  - L'erreur relative $\frac{\varepsilon}{\delta p_1}$ est donc: $G - \frac{(1+G)f}{h+m}$. Si on veut que cette erreur relative soit inférieure à une certaine valeur α, il faut résoudre:

$$(h+m)(\mathrm{G}-\alpha) < (1+G)f <=> \; hG - \alpha h + mG - \alpha m < f + Gf$$

Soit: $h\frac{f}{m} - \alpha h + f - \alpha m < f + \frac{f^2}{m}\, ou \, \frac{f}{m}(h-f) - \alpha m - \alpha h < 0$

Soit: $\alpha m^2 + (\alpha h)m - f(h-f) > 0$

Soit finalement: $m > \frac{-(\alpha h)+\sqrt{(\alpha h)^2+4\alpha f(h-f)}}{2\alpha}$

VALIDITE des FORMULES PdC (2)

- Application numérique avec un 100mm ouvert à f/11

  $$m > \frac{-(\alpha h) + \sqrt{(\alpha h)^2 + 4\alpha f(h - f)}}{2\alpha}$$

  $$h = \frac{1000}{0{,}03 * 11} = 30303\text{mm} = 30{,}303\text{m}$$

  Supposons que l'on veuille une erreur maxi de 10% ($\alpha = 0{,}1$)

  Alors on doit avoir: $m > \frac{-(3030{,}3)+\sqrt{(3030{,}3)^2+40(30203)}}{0{,}2} = 966\text{mm}\sim 1m$

- La formule simplifiée est précise à moins de 10% dès que la distance de mise au point est supérieure à 1 mètre

VALIDITE des FORMULES PdC (3)

- Domaine de validité de la formule macro
  - L'erreur entre le calcul juste et l'approximation macro s 'écrit:

$$\varepsilon = cD\,\frac{(1+G)}{G^2} - \frac{m^2(1+G)}{h+m(1+G)} = \frac{m^2(1+G)}{h} - \frac{m^2(1+G)}{h+m}\left(1 - \frac{mG}{h+m}\right)$$

  - L'erreur relative $\frac{\varepsilon}{\delta p_1}$ est donc: $1 - \frac{h}{h+m}\left(1 - \frac{f}{h+m}\right)$
  - Si on veut que cette erreur relative soit inférieure à une certaine valeur α, il faut résoudre:

$$1 - \frac{h}{h+m} + \frac{hf}{(h+m)^2} < \alpha \; ou \; 1 - \left(1 - \frac{m}{h}\right) + \frac{f}{h}\left(1 - 2\frac{m}{h}\right) < \alpha$$

Soit: $\frac{m}{h}\left(1 - 2\frac{f}{h}\right) < \alpha - \frac{f}{h}$

Soit: $m < \frac{\alpha h - f}{1 - 2\frac{f}{h}} \quad (soit \sim m < \alpha h)$

VALIDITE des FORMULES PdC (4)

- Application numérique avec un 100mm ouvert à f/11

  $$m < \frac{\alpha h - f}{1 - 2\frac{f}{h}}$$

  $h = 30303\text{mm} = 30{,}303\text{m}$

  Supposons que l'on veuille une erreur maxi de 10% ($\alpha = 0{,}1$)

  Alors on doit avoir: $m < \frac{3030{,}3 - 100}{1 - \frac{200}{30303}} = 2949\text{mm} \sim 3m$

  (Si on avait utilisé la formule $m < \alpha h$, on aurait trouvé 3030mm)

- La formule simplifiée est précise à moins de 10% dès que la distance de mise au point est inférieure à 3 mètres

CERCLE DE CONFUSION

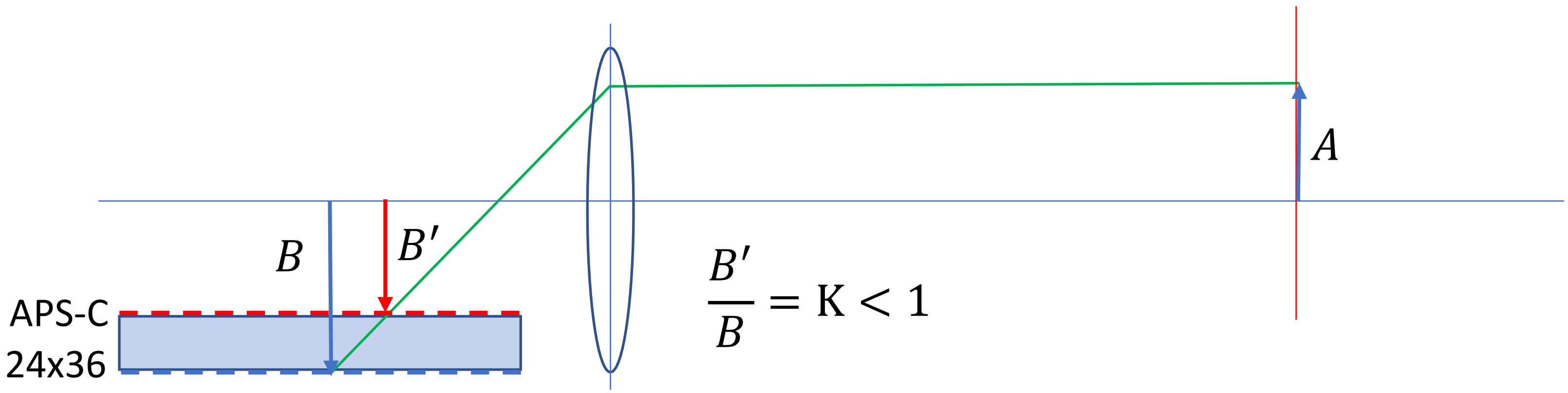
- Principe de calcul:
  - L'œil a une résolution angulaire α entre 1 et 2 minutes d'arc (1/60° et 1/30°), soit environ 1/40°
  - Sur une image observée à 30 cm, une tâche apparaitra comme un point si elle est d'une taille inférieure à:
    - $c = 30 * tg(\alpha) = 30 / (40 * 57{,}3) \sim 30 / (40 * 60) = 1/80$ cm
    - $c = 0{,}0125$ cm ~ 0,13 mm
  - Pour calculer l'hyperfocale, le cercle de confusion doit être ramené au niveau du capteur, en prenant en compte le rapport de grandissement entre le capteur et l'image finale.

CERCLE DE CONFUSION (2)

- La distance hyperfocale, par l'intermédiaire du cercle de confusion, dépend donc de deux autres facteurs qui sont:
  - le rapport de grandissement entre le capteur et l'image finale.
  - La distance entre l'image finale et l'observateur.
    - pour négliger ce facteur on suppose que cette distance est proportionnelle à la taille de l'image et on décide que c'est une image de petite taille (10x15, diag. 18cm) que l'on regarde à 30cm.
- Ce qui donne au final:
  - Pour un capteur 24x36 (diag. 4,3cm), c = 0,13*4,3/18 = 0,03mm
  - Pour un capteur APS-C (diag. 3cm), c = 0,13*3/18 = 0,02mm
  - Les cercles de confusion sont dans le rapport des tailles de l'image, soit ~ le rapport des diagonales (~ 0,7)
  - c étant plus petit sur un petit capteur que sur un grand, la profondeur de champ est donc plus faible sur un petit capteur que sur un grand... Comment!? C'est curieux...

Grand vs Petit capteur

- ...on m'a toujours dit qu'un petit capteur procurait une profondeur de champ plus étendue qu'un grand: qui est le menteur?



- En fait, personne ne ment (sauf pas omission): En effet, un petit capteur procure une profondeur de champ plus étendue qu'un grand à cadrage identique, hypothèse généralement omise. Plus le capteur est petit, plus il faut réduire la taille de l'image (ici de B à B') pour conserver le même cadrage: c'est cette adaptation qui augmente la profondeur de champ.

Grand vs Petit capteur (2)

- Un moyen de réduire la taille de l'image est de réduire la distance focale en conservant la même distance au sujet:
  - Comme le rapport de grandissement est proportionnel à la focale de l'objectif ($G = \frac{f}{m}$), $G_1 = K * G$ signifie que l'on doit avoir $f_1 = \mathrm{K} * f$ puisque, par hypothèse, la distance m est supposée constante.
  - Grand capteur: $h = \frac{f^2}{Dc}$
  - Petit capteur: $h_1 = \frac{f_1^2}{Dc_1} = \frac{K^2 f^2}{DKc} = \frac{Kf^2}{Dc} = Kh$
  - $m - p_{1petit} = \frac{m^2}{h_1+m} = \frac{m^2}{Kh+m} > m - p_{1grand} = \frac{m^2}{h+m} car\ K < 1$
  - Et, de même, $p_{2petit} - m > p_{2grand} - \mathrm{m}$
- La profondeur de champ est plus grande avec le petit capteur.

Grand vs Petit capteur (3)

- Un autre moyen de réduire la taille de l'image est d'accroitre la distance au sujet en conservant la même distance focale:
  - Comme le rapport de grandissement est inversement proportionnel à la distance au sujet ($G = \frac{f}{m}$), $G_1 = K * G$ signifie que l'on doit avoir $m_1 = \frac{m}{K}$ puisque, par hypothèse, la focale f est supposée constante.
  - Grand capteur: $h = \frac{f^2}{Dc}$
  - Petit capteur: $h_1 = \frac{f^2}{Dc_1} = \frac{f^2}{DKc} = \frac{h}{K}$
  - $m_1 - p_{1petit} = \frac{{m_1}^2}{h_1+m_1} = \frac{m^2}{K(m+h)} > m - p_{1grand} = \frac{m^2}{h+m} car\ K < 1$
  - Et, de même, $p_{2petit} - m_1 > p_{2grand} - m$
- La profondeur de champ est plus grande avec le petit capteur.

Grand vs Petit capteur (4)

- Que l'on augmente la distance au sujet ou que l'on diminue la distance focale (c'est ce qui est privilégié puisque les objectifs APS-C ont une focale réduite par rapport aux 24x36), la profondeur de champ augmente quand la taille du capteur diminue, à même cadrage.
- Dire qu'un petit capteur offre une profondeur de champ plus importante qu'un grand capteur est donc un abus de langage; c'est même théoriquement le contraire.
- La plus grande profondeur champ du petit capteur n'est que le résultat d'une adaptation de la distance focale ou de la distance au sujet visant à conserver un cadrage équivalent à celui du grand capteur.